www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه			تاریخ امتحان : ۸/ ۳ / ۱۳۹۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **خرداد ماه** سال **۱۳۹۰**			مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مقدار k را چنان بیابید که چند جمله ای $p(x)=2x^3-kx^2-x+3$ بر $x+1$ بخش پذیر باشد.	۰/۷۵
۲	توپی دراختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه $\frac{1}{3}$ ارتفاع اولیه خود بالا می رود فرض کنید این توپ را اززمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۵متری برسد،می خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن، این توپ چقدر مسافت طی می کند؟	۱/۲۵
۳	برای هر دو عدد حقیقی a,b ثابت کنید : $\lvert a+b\rvert \le \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$	۰/۷۵
۴	نامعادله $\sqrt{x-1} \le \lvert x-1\rvert$ را با روش هندسی حل کنید.	۱/۲۵
۵	مساحت مثلث قائم الزاویه ای ۴ سانتی مترمربع است طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن (x) به دست آورید.	۱
۶	اگر $f(x)=3x-2, g(x)=\frac{1}{x-3}$ باشد،آنگاه حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. الف) $(3f+2g)_{(4)}$ ب) D_{fog}	۱/۷۵
۷	تابع $f(x)=\begin{cases} x+1 & x<-2 \\ 1 & -2<x<1 \\ -2x & x>1 \end{cases}$ را رسم کنید و بازه هایی که در آنها تابع صعودی ،نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.	۱/۲۵
۸	درستی اتحاد $\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin x+\cos x$ را ثابت کنید.	۱/۲۵
۹	درمثلثی که طول اضلاع آن ۱ و ۳ و $\sqrt{7}$ باشد،زاویه روبه روی ضلع به طول $\sqrt{7}$ چقدراست؟	۰/۷۵
۱۰	مقدار $\cos^{-1}(\sin\frac{\pi}{8})$ را حساب کنید.	۱
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۸/ ۳ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در **خرداد ماه** سال **۱۳۹۰**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

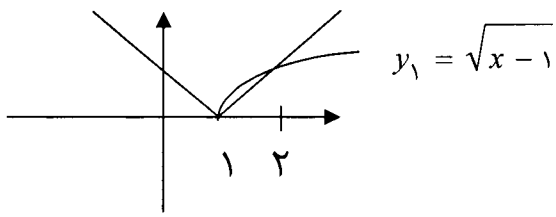
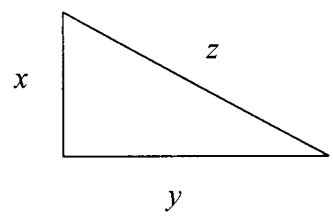
ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	نمودار تابعی را رسم کنید که تابع در یک همسایگی ۳ تعریف شده باشد و در این نقطه حدداشته باشد،ولی حد آن غیر ازمقدار تابع در ۳ باشد.	۱
۱۲	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$ ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{3x^2-12}$	۱/۷۵
۱۳	پیوستگی تابع $f(x)=\sqrt{x-4}$ را درنقطه $x=4$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	اگر f تابعی باشد که در یک همسایگی نقطه a تعریف شده باشد وناصفرباشدو f در a مشتق پذیر باشدو $f'(a)\neq 0$ ، بااستفاده از تعریف نشان دهید که $\frac{1}{f}$ نیز در a مشتق پذیر است و $(\frac{1}{f})'(a)=-\frac{f'(a)}{f^2(a)}$	۱/۵
۱۵	مشتق بگیرید:(ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x)=\frac{(3x^2-1)^3}{x+1}$ ب) $g(x)=\sqrt{1-2\cos 3x}$ ج) $k(x)=2\tan^{-1}x+3\sin^{-1}x+\frac{4}{x}$	۲/۲۵
۱۶	آهنگ تغییرات مساحت یک مربع را نسبت به محیط آن برای مربعی که محیط آن ۱۶واحد است به دست آورید.	۱/۲۵
	«موفق باشید» جمع	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۸ / ۳ / ۱۳۹۰**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **خرداد ماه** سال **۱۳۹۰**	**مرکز سنجش آموزش و پرورش** **http://aee.medu.ir**

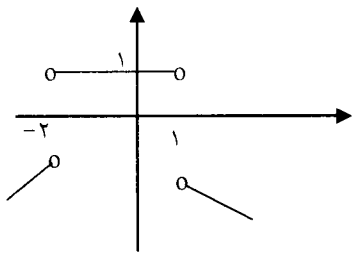
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$p(-۱)=۰ \ (./۲۵) \Rightarrow ۲(-۱)^۳ - k(-۱)^۲ - (-۱) + ۳ = ۰ \ (./۲۵) \Rightarrow k = ۲ \ (./۲۵)$	./۷۵
۲	**ارتفاع توپ قبل از n امین برخورد با زمین را A_n می نامیم. روشن است که** $A_۱ = ۵ \ , \ A_۲ = \frac{۵}{۳} \ , \ A_۳ = \frac{۵}{۹} \ , \ ..., A_n = \frac{۵}{۳^{n-۱}}, ... \ (./۲۵)$ **بنابر این مسافت طی شده توسط توپ بین هر دو برخورد متوالی توپ بازمین عبارت است از :** $۱۰ , \frac{۱۰}{۳} , \frac{۱۰}{۹} , ..., \frac{۱۰}{۳^{n-۱}} , ... \ (./۲۵) \ a = ۱۰, q = \frac{۱}{۳} \Rightarrow s_n = \frac{a}{۱-q} \ (./۲۵) \Rightarrow s_n = \frac{۱۰}{۱ - \frac{۱}{۳}} \ (./۲۵) \Rightarrow$ $s_n = ۱۵ (./۲۵)$	۱/۲۵
۳	$-\|a\| \le a \le \|a\| \ , \ -\|b\| \le b \le \|b\| (./۲۵) \Rightarrow -(\|a\| + \|b\|) \le a + b \le \|a\| + \|b\| (./۲۵) \Rightarrow \|a+b\| \le \|a\| + \|b\| (./۲۵)$	./۷۵
۴	**نمودارتوابع** $y_۱ = \sqrt{x-۱}$ **و** $y_۲ = \|x-۱\|$ **را رسم می کنیم.** **مجموعه جواب ، مجموعه نقاطی است که در آن نقاط نمودار** $y_۱$ **زیر نمودار** $y_۲$ **واقع شده باشدویا دو نمودار نقطه ی مشترکی داشته باشند.** (./۲۵) **با توجه به شکل رسم شده** $[۲, +\infty) \cup \{۱\}$ **=مجموعه جواب می باشد.** (./۲۵) **رسم شکل** (./۷۵) 	۱/۲۵
۵	$\frac{۱}{۲} xy = ۴ \ (./۲۵) \Rightarrow y = \frac{۸}{x} \ (./۲۵) \Rightarrow z^۲ = x^۲ + y^۲ \ (./۲۵) \Rightarrow z = \sqrt{x^۲ + \frac{۶۴}{x^۲}} \ (./۲۵)$ 	۱
۶	**الف)** $(۳f + ۲g)_{(۴)} = ۳f(۴) + ۲g(۴) \ (./۲۵) \Rightarrow (۳f + ۲g)_{(۴)} = ۳۲ \ (./۵)$ **ب)** $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} (./۲۵) \ D_{fog} = \left\{x \neq ۳ \middle\| \frac{۱}{x-۳} \in R\right\} (./۵) \ D_{fog} = R - \{۳\} (./۲۵)$	۱/۷۵
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۸ / ۳ / ۱۳۹۰**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **خرداد ماه** سال **۱۳۹۰**	**مرکز سنجش آموزش و پرورش** **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	**رسم شکل** (./۵)  **تابع** f **در** $(-\infty\ ,\ -۲)$ **صعودی اکید ودر** $(-۲\ ,\ ۱)$ **ثابت ودر** $(۱\ ,\ +\infty)$ **نزولی اکید است.** (./۷۵)	۱/۲۵
۸	$\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۲}(\sin x\cos\frac{\pi}{۴}+\cos x\sin\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۲}(\sin x\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}+\cos x\times\frac{۱}{\sqrt{۲}})=\sin x+\cos x$ (./۲۵) (./۵) (./۵)	۱/۲۵
۹	$\sqrt{۷}^{۲}=۱^{۲}+۳^{۲}-۲\times۱\times۳\times\cos\theta$ (./۲۵) $\Rightarrow\cos\theta=\frac{۱}{۲}$ (./۲۵) $\Rightarrow\theta=۶۰$ (./۲۵)	./۷۵
۱۰	$\cos^{-۱}(\cos(\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}))=\cos^{-۱}(\cos(\frac{۳\pi}{۸}))=\frac{۳\pi}{۸}$ (./۵) (./۲۵) (./۲۵)	۱
۱۱	**برقراری شرط داشتن حد و تعریف شدن درهمسایگی۳** (./۵) **برقراری شرط مساوی نبودن حد با مقدارتابع در نقطه ۳** (./۵)	۱
۱۲	(الف $\lim_{x\to۰}\frac{۱-\cos۲x}{x^{۲}}=\lim_{x\to۰}\frac{۲\sin^{۲}x}{x^{۲}}=\lim_{x\to۰}۲(\frac{\sin x}{x})^{۲}=۲$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) ب) $\lim_{x\to۲}\frac{x^{۳}-۸}{۳x^{۲}-۱۲}=\lim_{x\to۲}\frac{(x-۲)(x^{۲}+۲x+۴)}{۳(x-۲)(x+۲)}=\lim_{x\to۲}\frac{x^{۲}+۲x+۴}{۳(x+۲)}=۱$ (./۵) (./۲۵) (./۲۵)	۱/۷۵
۱۳	$\lim_{x\to۴}\sqrt{x-۴}=\lim_{x\to۴^{+}}\sqrt{x-۴}=۰\ ,\ f(۴)=۰$ (./۲۵) (./۵) (./۲۵) **پس تابع در** $x=۴$ **پیوسته است.** (./۲۵)	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۹۰ / ۳ / ۸**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **خرداد ماه** سال **۱۳۹۰**	**مرکز سنجش آموزش و پرورش** **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$\left(\frac{۱}{f}\right)'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{۱}{f(a+h)}-\frac{۱}{f(a)}}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{\frac{f(a)-f(a+h)}{f(a+h)f(a)}}{h}$ (۰/۵) (۰/۲۵) $=\lim_{h\to ۰}\frac{-(f(a+h)-f(a))}{h}\times\frac{۱}{f(a+h)f(a)}=\frac{-f'(a)}{f^{۲}(a)}$ (./۵) (./۲۵)	۱/۵
۱۵	الف) $f'(x)=\frac{۳(۶x)(۳x^{۲}-۱)^{۲}(x+۱)-۱\times(۳x^{۲}-۱)^{۳}}{(x+۱)^{۲}}$ (./۷۵) ب) $g'(x)=\frac{۶\sin ۳x}{۲\sqrt{۱-۲\cos ۳x}}$ (./۷۵) ج) $k'(x)=\frac{۲}{۱+x^{۲}}+\frac{۳}{\sqrt{۱-x^{۲}}}-\frac{۴}{x^{۲}}$ (./۷۵)	۲/۲۵
۱۶	$s=x^{۲}, p=۴x(./۲۵)\Rightarrow x=\frac{p}{۴}(./۲۵)\Rightarrow s=\frac{p^{۲}}{۱۶}(./۲۵)\Rightarrow s'_{(p)}=\frac{p}{۸}(./۲۵)\Rightarrow s'_{(۱۶)}=۲(./۲۵)$	۱/۲۵
	جمع کل	**۲۰**

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید، لطفا برای راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح، به تناسب بارم را تقسیم کنید . **با تشکر طراحان**

www.alm.loxblog.com